
CÁLCULO

Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

Sexta edición

Volumen 1

ROLAND E. LARSON

ROBERT P. HOSTETLER

The Pennsylvania State University
The Behrend College

BRUCE H. EDWARDS

University of Florida

Con la colaboración de

DAVID E. HEYD

The Pennsylvania State University
The Behrend College

Traducción

LORENZO ABELLANAS RAPÚN

Catedrático de Métodos Matemáticos de la Física
Universidad Complutense de Madrid

Consultores

JOSÉ LUIS PÉREZ LÓPEZ

Profesor Titular del Departamento de Matemáticas

ORLANDO LEAL SÁNCHEZ

Docente jubilado

Politécnico Jaime Isaza Cadavid

Medellín, Colombia



MADRID • BUENOS AIRES • CARACAS • GUATEMALA • LISBOA • MÉXICO
NUEVA YORK • PANAMÁ • SAN JUAN • SANTAFÉ DE BOGOTÁ • SANTIAGO • SÃO PAULO
AUCKLAND • HAMBURGO • LONDRES • MILÁN • MONTREAL • NUEVA DELHI
PARÍS • SAN FRANCISCO • SIDNEY • SINGAPUR • ST. LOUIS • TOKIO • TORONTO

Contenido

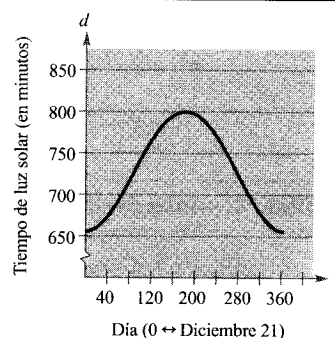
Índice de aplicaciones

xxi

Capítulo P. Preparación para el Cálculo

4

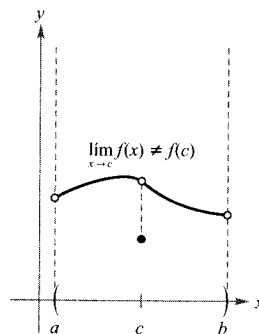
- P.1. Gráficas y modelos matemáticos 4
- P.2. Modelos lineales y ritmos de cambio 14
- P.3. Funciones y sus gráficas 24
- P.4. Ajuste de modelos a colecciones de datos 37
- Ejercicios de repaso 43



Capítulo 1. Límites y sus propiedades

48

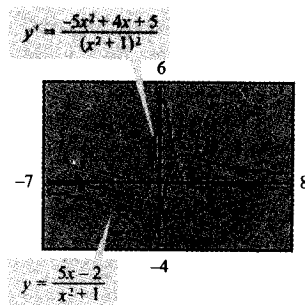
- 1.1. Una mirada previa sobre el Cálculo 48
- 1.2. Cálculo de límites gráfica y numéricamente 55
- 1.3. Cálculo analítico de límites 65
- 1.4. Continuidad y límites laterales 78
- 1.5. Límites infinitos 92
- Ejercicios de repaso 101



Capítulo 2. La derivada

106

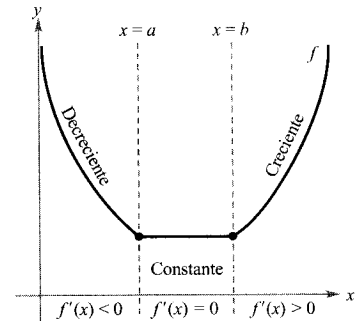
- 2.1. La derivada y el problema de la recta tangente 106
- 2.2. Reglas básicas de derivación y ritmos de cambio 118
- 2.3. Las reglas del producto y del cociente y derivadas de orden superior 130
- 2.4. La regla de la cadena 141
- 2.5. Derivación implícita 152
- 2.6. Ritmos relacionados 160
- Ejercicios de repaso 171



Capítulo 3. Aplicaciones de la derivada

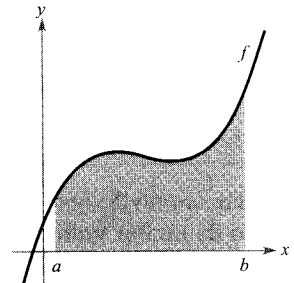
178

- 3.1. Extremos en un intervalo 178
- 3.2. Teorema de Rolle y teorema del valor medio 187
- 3.3. Funciones crecientes y decrecientes y el criterio de la primera derivada 194
- 3.4. Concavidad y el criterio de la segunda derivada 205
- 3.5. Límites en el infinito 214
- 3.6. Análisis de gráficas 225
- 3.7. Problemas de optimización 236
- 3.8. El método de Newton 248
- 3.9. Diferenciales 255
- 3.10. Aplicaciones a la economía y al comercio 263
 - Ejercicios de repaso 271

**Capítulo 4. Integración**

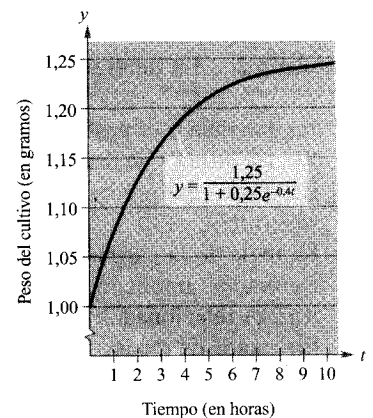
278

- 4.1. Primitivas e integración indefinida 278
- 4.2. Área 291
- 4.3. Sumas de Riemann e integrales definidas 304
- 4.4. El teorema fundamental del Cálculo 315
- 4.5. Integración por sustitución 328
- 4.6. Integración numérica 342
 - Ejercicios de repaso 350

**Capítulo 5. Funciones logarítmicas, exponenciales y otras funciones trascendentes**

356

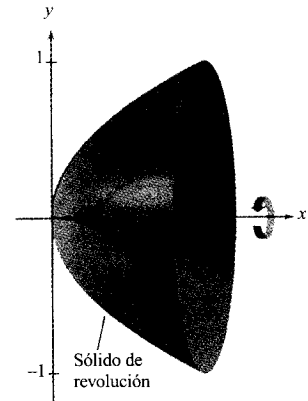
- 5.1. Función logaritmo natural y derivación 356
- 5.2. La función logaritmo natural y la integración 367
- 5.3. Funciones inversas 376
- 5.4. Funciones exponenciales: derivación e integración 386
- 5.5. Bases distintas de e y aplicaciones 396
- 5.6. Ecuaciones diferenciales: crecimiento y desintegración 407
- 5.7. Ecuaciones diferenciales: separación de variables 416
- 5.8. Funciones trigonométricas inversas y derivación 429
- 5.9. Funciones trigonométricas inversas e integración 438
- 5.10. Funciones hiperbólicas 446
 - Ejercicios de repaso 456



Capítulo 6. Aplicaciones de la integral

462

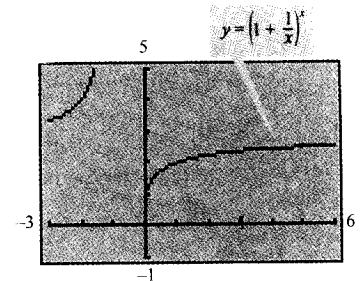
- 6.1. Área de una región entre dos curvas 462
- 6.2. Volumen: el método de los discos 472
- 6.3. Volumen: el método de las capas 483
- 6.4. Longitud de arco y superficies de revolución 492
- 6.5. Trabajo 503
- 6.6. Momentos, centros de masa y centroides 513
- 6.7. Presión y fuerza de un fluido 526
- Ejercicios de repaso 533



Capítulo 7. Métodos de integración, regla de L'Hôpital e integrales impropias

538

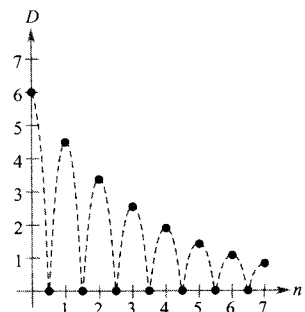
- 7.1. Reglas básicas de integración 538
- 7.2. Integración por partes 545
- 7.3. Integrales trigonométricas 555
- 7.4. Sustituciones trigonométricas 564
- 7.5. Fracciones simples 575
- 7.6. Integración por tablas y otras técnicas de integración 585
- 7.7. Formas indeterminadas y la regla de L'Hôpital 592
- 7.8. Integrales impropias 604
- Ejercicios de repaso 615



Capítulo 8. Series

620

- 8.1. Sucesiones 620
- 8.2. Series y convergencia 633
- 8.3. El criterio integral y las p -series 645
- 8.4. Comparación de series 652
- 8.5. Series alternadas 660
- 8.6. El criterio del cociente y el criterio de la raíz 667
- 8.7. Aproximación por polinomios de Taylor 676
- 8.8. Series de potencias 687
- 8.9. Representación de funciones por series de potencias 698
- 8.10. Series de Taylor y Maclaurin 706
- Ejercicios de repaso 718



Apéndice A. Compendio de preliminares del Cálculo	723
A.1. Los números reales y la recta real	723
A.2. El plano cartesiano	733
A.3. Repaso de las funciones trigonométricas	740
Apéndice B. Demostraciones de teoremas seleccionados	753
Apéndice C. Reglas básicas de derivación de las funciones elementales	771
Apéndice D. Tablas de integrales	773
Apéndice E. Rotaciones y la ecuación general de segundo grado	779
Apéndice F. Números complejos	787
Soluciones de los ejercicios impares	799
Índice	887

Índice de aplicaciones

INGENIERÍA Y FÍSICA

- Aceleración, 140, 289, 290, 351
- Aceleración de la gravedad, 38
- Aceleración en la Luna, 140
- Aerodinámica del automóvil, 35
- Altitud de un avión, 170
- Altura de una montaña, 750
- Ángulo de elevación, 169, 170
- Ángulo de elevación de una cámara, 164
- Ángulo máximo subtendido por una cámara, 434
- Arco iris, 205
- Área, 36, 45, 129, 167, 242, 243, 244
- Área de un estanque, 349
- Área de un panal, 186
- Área de un tejado, 501
- Área de un terreno, 303, 350
- Área de un tronco, 261
- Área de una superficie, 167
- Área máxima, 240, 243
- Área mínima, 238
- Área mínima de un cilindro, 244
- Aterrizaje de un avión, 212
- Bola rodando por un plano inclinado, 203
- Botes de una pelota, 640, 719
- Cables colgantes, 449
- Caída de objetos, 35
- Caída libre, 77, 103
- Cambio de longitud de la sombra, 169
- Cero absoluto, 83
- Centro de masas de un, 524
- Centro de masas de una sección del casco de una embarcación, 524
- Centroide, 534
- Comparación de fuerzas en fluidos, 571
- Construcción de un transportador, 21
- Construcción de una presa, 35
- Construcción del Gateway Arch de San Luis, 96
- Contracción de la tráquea, 203
- Conversión de temperaturas, 23
- Copo de nieve de Koch, 618, 659
- Costes de construcción, 460
- Cultivos de bacterias, 415
- Datación por carbono, 414
- Deceleración, 289
- Desintegración radiactiva, 410, 414, 428
- Despegue de aviones, 750
- Desplazamiento medio, 553
- Desviación de un haz, 213
- Diseño de bombillas, 502
- Diseño de calzadas, 169
- Diseño de cámaras de vigilancia, 170
- Diseño de carreteras, 186, 213
- Diseño de edificios, 471, 592
- Diseño de máquinas, 169
- Diseño de un motor, 213
- Diseño mecánico, 471, 572
- Distancia de frenado de un automóvil, 129, 140
- Distancia entre planos, 168
- Distancia mínima, 238, 272
- Distancia recorrida, 327, 642
- Dureza de Brinell, 41
- Efecto Doppler, 150
- Eficiencia de un motor, 223
- Electricidad, 341
- Electromagnetismo, 614
- Empaquetado, 176
- Energía de las mareas, 513
- Erupción de Old Faithful, 2
- Estados líquido y gaseoso del agua, 726
- Estática, 522
- Expansión adiabática, 169
- Explorer, 22
- Flujo de un fluido, 173
- Forma de Saturno, 491
- Fractal, 643
- Fuerza de flotación, 531
- Fuerza ejercida por un fluido, 527, 528, 529, 531, 532, 534, 574
- Fuerza electromotriz, 373
- Fuerza mínima, 246
- Funciones de Bessel, 697

- Gravedad, 104
 Gravedad en la Luna, 289
 Gravedad específica, 213
 Horas de iluminación natural, 39
 Iluminación por un foco, 246
 Ilusión óptica, 160
 Inflado de un globo, 163
 Intensidad del campo eléctrico, 213
 Intensidad del sonido, 366, 416
 Intensidad media de un campo de fuerzas, 573
 Ley de Boyle, 139, 512
 Ley de Charles, 83
 Ley de Hooke, 40, 510
 Ley de la gravitación universal de Newton, 130, 412, 416
 Ley de Ohm, 262
 Ley del enfriamiento de Newton, 130, 412, 416
 Longitud, 36
 Longitud de la hipotenusa, 243
 Longitud de persecución, 500
 Longitud de un cable eléctrico, 495
 Longitud, 247
 Longitud de una catenaria, 501, 534
 Longitud del Gateway Arch, 501
 Longitud mínima, 239, 245, 273
 Manufacturas, 477
 Mapa de Mercator, 537
 Masa sobre la superficie terrestre, 514
 Motor de Wankel, 276
 Movimiento armónico, 43, 45, 151, 273, 394, 458
 Movimiento de proyectiles, 173, 174, 262, 573, 717
 Movimiento horizontal, 174
 Movimiento ondulatorio, 151
 Movimiento rectilíneo, 289, 328
 Movimiento vertical, 128, 173, 192, 193, 288, 445, 455, 458
 Nivel de oxígeno en un estanque, 220
 Ondas, 35, 162
 Partes de una máquina, 490, 550
 Pendiente de una rampa de esquí acuático, 17
 Péndulo, 151, 261
 Plásticos y enfriamiento, 354
 Posición de una tubería, 167
 Potencia de un motor, 254
 Potencia de una batería, 185
 Presión atmosférica, 366, 394, 415
 Presión del aire, 458
 Prestaciones de un automóvil, 42
 Probabilidad de hierro en nuestros minerales, 353
 Profundidad, 167, 173
 Pruebas de resistencia, 45
 Rapidez angular y rapidez lineal, 170
 Razón de cambio angular, 437
 Reacción química autocatalítica, 242
 Reacciones químicas, 429, 455, 585
 Recepción de radio, 429
 Recorrido de un proyectil, 245
 Refrigeración, 173
 Reservas de gasolina, 341
 Resistencia del hilo de cobre, 13
 Resistencia eléctrica, 169, 204
 Riego, 186
 Ritmo de ascenso de un avión, 457
 Ritmo de cambio, 99
 Ritmo de cambio del nivel del río Connecticut, 275
 Ritmo de evaporación, 169
 Rozamiento, 247
 Satélite de comunicaciones, 739
 Sección de un canal, 247
 Semivida radiactiva, 397
 Separación entre aviones, 289
 Suministro de agua, 341
 Temperatura, 366, 563
 Temperatura de ebullición, 42
 Temperaturas diarias, 43, 151
 Temperaturas en un intercambiador de calor, 223
 Teorema de Cavalieri, 483
 Tendidos eléctricos, 563
 Teoría de la relatividad, 100
 Termostato con control eléctrico, 35
 Terremotos, 416
 Tiempo, 36
 Tiempo mínimo de un trayecto, 246, 254
 Trabajo, 349, 503, 505, 506, 508, 509, 510, 511, 512, 534, 592, 607, 613
 Tractriz, 367, 452, 453, 574
 Transferencia de calor, 375
 Trayectoria de un proyectil, 200
 Vaciado de un depósito, 396
 Valor máximo, 236
 Velocidad, 129
 Velocidad angular, 748
 Velocidad angular y velocidad lineal, 173
 Velocidad de escape, 289
 Velocidad de un avión, 164
 Velocidad de un automóvil, 174, 416
 Velocidad de un cohete, 554
 Velocidad de un nadador, 46
 Velocidad del sonido, 320
 Velocidad instantánea, 125, 191
 Velocidad media, 99
 Velocidad media de un objeto en caída, 124
- ECONOMÍA Y COMERCIO**
- Beneficios, 130, 204, 261, 270, 271, 471, 644, 731
 Coste capitalizado, 614
 Coste de entregas nocturnas, 103
 Coste del combustible, 129, 353, 471
 Coste marginal, 268, 290, 341
 Coste medio mínimo, 267, 269

Coste medio, 213, 223, 268, 270
 Coste mínimo, 269, 270, 274
 Costes, 270, 384
 Costes de equipamiento, 327
 Costes de inventario, 185, 213
 Costes de repetición de pedidos, 192
 Costes de una flota de camiones, 731
 Costes del aire acondicionado, 352
 Costes hospitalarios, 632
 Crecimiento de las ventas, 428
 Déficit nacional, 275
 Déficit presupuestario, 471
 Demanda, 264, 271, 274
 Depreciación, 44, 324, 341, 394, 404, 718
 Depreciación lineal, 23
 Deuda federal, 632
 Deuda nacional, 415
 Disminución de ingresos, 271
 Dividendos de acciones, 21
 Elasticidad de precios de la demanda, 271
 Excedente de consumo, 472
 Exceso de producción, 472
 Gastos de defensa, 273
 Gastos de publicidad, 254
 Gastos del Gobierno, 631
 Gastos reembolsados, 23
 Hipotecas sobre viviendas, 366, 416
 Importaciones de petróleo, 274
 Índice de precios al consumo, 13
 Inflación, 404, 632
 Ingreso marginal, 265, 268, 290
 Ingresos, 270, 271, 415, 470
 Ingresos de los ferrocarriles, 270
 Ingresos máximos, 268, 269, 274
 Ingresos netos de Wal-Mart, 738
 Ingresos por turismo, 642
 Interés compuesto, 103, 402, 404, 406, 414, 457, 602, 631, 718, 719
 Inversión, 631
 Marketing, 642
 Precio medio, 376
 Presión fiscal *per capita*, 139
 Presupuestos de defensa, 186
 Probabilidad de venta de un producto, 643
 Producción diaria, 732
 Programación de la producción, 352
 Quiebras, 204
 Rentas de apartamentos, 23
 Reposición de inventario, 139
 Ritmo de desembolso, 341
 Valor de un automóvil, 395
 Valor de un producto en dólares, 22
 Valor presente (actual), 554, 617
 Ventas, 193, 270, 275, 341, 376, 415, 751
 Ventas de fertilizantes, 270

Ventas de gas natural, 270
 Ventas por tarjetas de crédito, 533

CIENCIAS SOCIALES Y DEL COMPORTAMIENTO

Altura media de los varones, 614
 Compensación total, 719
 Concentración de dióxido de carbono, 10
 Consumo de energía, 41
 Control del tráfico, 242
 Coste de la eliminación de la contaminación, 262
 Coste de la limpieza del aire, 103
 Costes del automóvil, 41
 Crecimiento de la población, 139
 Curva de aprendizaje, 415
 Dinero invertido en filantropía, 405
 Drogas ilegales, 99
 Efectividad de los medicamentos, 151
 Flujo de tráfico, 245
 Gastos sanitarios nacionales, 405
 Incremento salarial, 533, 643, 644
 Mujeres en el mundo laboral, 170
 Número de doctores en Medicina en EE.UU., 390
 Número de graduados, 224
 Organizaciones sanitarias, 42
 Población, 414
 Probabilidad de rechazo, 353
 Ritmo de fallecimientos, 326
 Teoría del aprendizaje, 404
 Ventas de vehículos de recreo, 174

CIENCIAS DE LA VIDA

Altura y envergadura de brazos, 37
 Campo a través, 91
 Ciclo respiratorio, 326, 353
 Concentración de un producto en sangre, 203
 Crecimiento de la población, 288, 375, 405, 428, 458, 632
 Crecimiento de los árboles, 288
 Crecimiento de un cultivo de bacterias, 402
 Defoliación forestal, 405
 Duración de los trinos, 617
 Elección de carrera, 23
 Flujo de sangre, 326
 Ingeniería forestal, 415
 Medicina, 254
 Modelo epidémico, 585
 Población de coyotes, 423
 Producción de madera, 404
 Ritmo de cambio medio de la población, 16
 Seguros de vida, 574
 Sistema circulatorio, 151
 Tamaño de explotaciones agrícolas, 13