

Elektrische Schaltvorgänge

Von

R. Rüdtenberg



Zweite Auflage

Elektrische Schaltvorgänge

und verwandte Störungserscheinungen
in Starkstromanlagen

Von

Reinhold Rüdberg

Professor, Dr. ing. und Dr. ing. e. h.
Chef-Elektriker der Siemens-Schuckertwerke
Privatdozent an der Technischen Hochschule zu Berlin

Zweite, berichtigte Auflage

Mit 477 Abbildungen im Text
und 1 Tafel



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1926

Additional material to this book can be downloaded from <http://extras.springer.com>.

ISBN 978-3-662-35937-2 ISBN 978-3-662-36767-4 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-36767-4

**Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten.**

Copyright 1926 by Springer-Verlag Berlin Heidelberg
Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1926

Softcover reprint of the hardcover 2nd edition 1926

Vorwort zur ersten Auflage.

Dieses Buch stellt die Erweiterung einer Vortragsreihe dar, die ich zu Beginn des Jahres 1914 vor dem Berliner Elektrotechnischen Verein gehalten habe. Die Drucklegung wurde zunächst durch den Weltkrieg verhindert. Manches neue von dem damals Vorgetragenen ist inzwischen auch von Fachgenossen gefunden und veröffentlicht. Darüber hinaus habe ich mich bemüht, den Inhalt so zu ergänzen, daß die Grundlagen der heute bekannten und geklärten elektrischen Schaltvorgänge in ihm enthalten sind, soweit sie für den Betrieb von Starkstromanlagen wichtig sind.

Als Schaltvorgänge werden dabei alle nicht stationären Erscheinungen in elektrischen Stromkreisen angesprochen, gleichgültig, ob sie beabsichtigt oder unbeabsichtigt sind, ob sie also die Überleitung in einen neuen Betriebszustand bewirken sollen oder durch zufällige Störungen mit ihren Kurzschluß- und Überspannungserscheinungen entstanden sind.

Den Stoff habe ich so anzuordnen versucht, daß man in allen Abschnitten stets vom leichteren zum schwierigeren fortschreitet. Um dennoch als Nachschlagewerk verwendbar zu bleiben, sind die einzelnen Kapitel, die verschiedene Erscheinungen behandeln, möglichst selbständig gehalten, und ihre Formeln sind für sich numeriert. Verweisungen auf frühere Kapitel sind dabei nach Möglichkeit vermieden, können aber beim Zusammenhang vieler Erscheinungen natürlich nicht ganz entbehrt werden.

Von Literaturangaben im Text habe ich abgesehen, jedoch sind in einem Anhang eine Reihe wichtiger Veröffentlichungen über das behandelte Gebiet zusammengestellt. Auf Vollständigkeit kann dieses Verzeichnis wegen der Fülle der vorhandenen Aufsätze keinen Anspruch erheben, es wird aber dem Leser, der tiefer in die Einzelheiten der Erscheinungen eindringen will, manchen Hinweis geben.

Berlin, Januar 1923.

R. Rüdberg.

Vorwort zur zweiten Auflage.

Das Bedürfnis nach zahlenmäßiger Wertung und Vorausberechnung der in unseren Netzen möglichen Störungserscheinungen hat sich in den letzten Jahren immer stärker entwickelt. Bei der Diskussion von praktischen Aufgaben sucht man im Interesse der Betriebssicherheit das unzuverlässige Gefühl möglichst auszuschneiden und die klare Erkenntnis und quantitative Erfassung an seine Stelle zu setzen. Dadurch ist wohl die gute Aufnahme zu erklären, die dies Buch in Fachkreisen gefunden hat, so daß die Herausgabe einer zweiten Auflage schneller nötig wurde, als ich es erwartet hatte.

Im Zusammenhang mit der zunehmenden Ausbreitung der Starkstrom- und Hochspannungsanlagen haben sich zwar viele Spezialfragen unseres Gebietes weiter entwickelt. Prinzipiell neue Erkenntnisse oder Änderungen der Grundlagen sind jedoch nicht zu verzeichnen, so daß der Inhalt des Buches nur in unwesentlichen Teilen geändert zu werden brauchte.

Auf dem Gebiete der Überströme geht man in der Praxis mehr und mehr zur sauberen Berechnung der Kurzschlußerscheinungen über, um die Anlagen vor unvorhergesehenen schweren Zerstörungen zu bewahren. Hierüber sind letzthin einige Spezialwerke erschienen, die im Literaturverzeichnis genannt sind. Auf dem Gebiete der Überspannungen bereitet sich ein tieferes Eindringen in die Erkenntnis durch die Entwicklung des Elektronenoszillographen vor, durch den es möglich wird, auch die schnellsten Wanderwellenvorgänge aufzuzeichnen und messend zu verfolgen. Die ersten Beobachtungen mit diesem Instrument haben die Richtigkeit der in diesem Buch entwickelten Anschauungen über steile Sprungwellen bestätigt, für die der exakte experimentelle Beweis noch ausstand.

Aus allen diesen Gründen habe ich mich darauf beschränken können, eine Reihe kleinerer Berichtigungen vorzunehmen, einige Druckfehler zu beseitigen, die Anregungen der Kritik nach Möglichkeit zu berücksichtigen, sowie das Verzeichnis der wichtigsten Literatur bis Ende 1925 zu ergänzen und ein Sachverzeichnis neu hinzuzufügen. Ich hoffe die Verwendbarkeit des Neudrucks dadurch erhöht zu haben.

Berlin, März 1926.

R. Rüdenberg.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
1. Einleitung	1
A. Langsame Ausgleichsvorgänge in geschlossenen Stromkreisen.	
I. Einfache Stromkreise.	
2. Einschalten und Abschalten von Stromkreisen mit Selbstinduktion	5
a) Abschalten durch Kurzschließen	6
b) Einschalten von Gleichstrom	8
c) Einschalten von Wechselstrom	9
3. Ladung und Entladung von Kapazitätskreisen	12
a) Entladung des Kondensators	13
b) Aufladung durch Gleichspannung	14
c) Ladung durch Wechselspannung.	16
4. Allgemeines Schaltgesetz	18
5. Resonanzspannungen.	22
6. Ausgleichsströme in Schwingungskreisen	29
7. Einschalten von Schwingungskreisen	37
a) Aufladung mit Gleichspannung	38
b) Einschalten von Wechselstrom	40
8. Schwingungen beim Durchschlag von Kondensatoren	47
II. Magnetisch verkettete Stromkreise.	
9. Ruhende Stromkreise mit Wechselinduktion	54
a) Die Ausgleichsströme	55
b) Schalten von Gleichstrommagneten mit Dämpferwicklung	59
10. Schalten von Transformatoren	62
a) Primäres Einschalten unter Last	62
b) Plötzlicher Kurzschluß der Sekundärwicklung.	64
11. Wirbelströme in massiven Magnetkernen	68
12. Freie Drehfelder in Mehrphasenmaschinen	78
13. Plötzlicher Kurzschluß von Drehstrommaschinen	86
a) Plötzlicher Kurzschluß von Asynchronmotoren	88
b) Einschalten synchron laufender Drehstrommotoren	90
c) Kurzschluß von Synchronmaschinen	92
14. Wirkung von Kurzschlußströmen im Leitungsnetz	103

III. Schalten von Motoren.

	Seite
15. Anlauf von Motoren	113
a) Stetiger Anlauf	113
b) Stufenweiser Anlauf	117
16. Grobschaltung von Gleichstromankern	120
a) Anlauf	120
b) Kapazitätswirkung	125
17. Anlauf von Drehstrom-Kurzschlußankern	126
a) Anlaufzeit	127
b) Stromwärme	132
18. Ausschalten von Gleichstromfeldern	135
a) Parallelwiderstand	136
b) Parallelkapazität	139
c) Dämpferwicklung	142
19. Ausschalten von Asynchronmotoren	144

IV. Störung der Leitungsumgebung.

20. Ausbreitung von Erdschlußströmen	149
a) Verteilung in den Leitungen	149
b) Stromverlauf in der Erde.	154
21. Wirkung des Erdungsseiles bei Erdschlüssen	162
a) Erdschluß am Ende einer langen Leitungsstrecke	165
b) Erdschluß auf der freien Leitungsstrecke	167
22. Störung von Schwachstromleitungen	170
a) Einfachleitungen	170
b) Doppel- und Drehstromleitungen	173
c) Erdschluß von Drehstromleitungen	177
d) Ausdehnung und Erdung der Schwachstromleitung	180

B. Vorgänge in Stromkreisen mit gekrümmter Charakteristik.**V. Lichtbogenwirkung.**

23. Ausschalten von Gleichstrom	183
a) Widerstandsschalter	184
b) Lichtbogenschalter	188
c) Parallelwiderstand zum Lichtbogen	200
24. Ausschalten von Wechselstrom	203
a) Luftschalter	204
b) Ölschalter	215
25. Rückzündung von Kapazitätskreisen	219
a) Ladung durch Gleichspannung	220
b) Umladung durch Wechselspannung	224
26. Funkenentladung von Schwingungskreisen	231
27. Ausschalten von Schwingungskreisen	237
a) Rückzündungsspannung	238
b) Schaltstrom und Schaltarbeit	246
c) Aussetzender Erdschluß	250
28. Lichtbogenschwingungen	254

VI. Magnetische Sättigung.

	Seite
29. Schalten gesättigter Gleichstromkreise	263
a) Fremderregung von Magnetfeldern	264
b) Selbsterregung von Gleichstromdynamos	269
30. Sättigungsstoß beim Schalten von Wechselstrom	275
31. Eisensättigung in Schwingungskreisen	286
a) Selbstinduktion mit Eisensättigung	286
b) Einfluß von Widerstand und Streuung	293
c) Einpolige Stromunterbrechung	297
32. Kapazitätsbelastung von Generatoren	300
a) Magnetische Sättigung im Generator	300
b) Einfluß der Streuinduktion	304
c) Einfluß von Widerstand und Magnetisierungswechselstrom	308
33. Oberschwingungen	312
a) Kurvenform von Dynamomaschinen	314
b) Verzerrung in Transformatoren und Leitungen	319
c) Dritte Oberwelle bei Drehstrom	324

C. Schnelle Wanderwellen auf Leitungen.**VII. Homogene Leitungen.**

34. Fortpflanzungsgesetze für Wanderwellen	327
a) Ausbreitung von Strom und Spannung	328
b) Energie und Dämpfung	334
35. Entstehung einfacher Wanderwellen	338
a) Statische Ladung	339
b) Stationärer Gleichstrom	339
c) Freie Ladungswellen	340
d) Ladung langer Leitungen durch Gleich- und Wechselstrom	342
e) Zusammenschalten homogener Leitungen	344
f) Wanderwellen in Wicklungen	346
36. Einfluß der Leitungsenden	347
a) Offene Leitungsenden	347
b) Kurzgeschlossene Leitungsenden	349
c) Freie Schwingungen endlicher Leitungen	350
d) Einschalten kurzer Leitungen	353
37. Funkenentladung und Öffnung von Leitungen	357
a) Plötzlicher Erd- oder Kurzschluß	357
b) Oszillatorische Entladung	359
c) Entladung über Widerstand	360
d) Plötzliches Öffnen der Leitung	363
e) Rückzündungen	365

VIII. Zusammengesetzte Leitungen.

38. Reflexion und Brechung	366
a) Leitungsübergang	367
b) Serienwiderstand zwischen den Leitungen	371
c) Parallelwiderstand am Knotenpunkt	373

	Seite
39. Schalten von Leitungen über Schutzwiderstand	375
a) Funkenableiter	376
b) Schutzschalter	379
40. Beeinflussung von Nachbarleitungen	387

IX. Spulen und Kondensatoren.

41. Umbildung der Wellenform	396
a) Wirkung von Selbstinduktion	397
b) Wirkung von Kapazität	401
c) Selbstinduktion oder Kapazität am Leitungsende	404
d) Wellenzüge	407
42. Schutzwert von Spulen und Kondensatoren	409
a) Aufladung durch Einzelwellen	409
b) Abflachung von Sprungwellen	412
c) Abschirmung von Wellenzügen	415
43. Wellenwiderstand von Zwischenleitungen	418
a) Serienschaltung	418
b) Parallelschaltung	426
44. Zusammenwirkung von Drosselspulen und Kondensatoren	430
a) Selbstinduktion vor der Kapazität	430
b) Selbstinduktion hinter der Kapazität	438
c) Schutzschaltungen mit Widerständen	442
45. Windungsverkettung in Spulen	446
a) Ausbreitung von Wellen	446
b) Spannungsverteilung	455

X. Leitungsnetze und Wicklungen.

46. Wanderwellen im Leitungsnetz	464
a) Entstehung von Wanderwellen	464
b) Verlauf von Wanderwellen	470
47. Wanderwellen in Wicklungen	476
a) Wicklungsdurchschläge	476
b) Schutzmittel gegen Wanderwellen	481

Formelzeichen der am meisten benutzten Begriffe 488

Literaturverzeichnis, nach Kapiteln geordnet 490

Sachverzeichnis 507

Funktionentafel

1. Einleitung.

Man hat in früheren Jahren elektrische Starkstromanlagen nach den Anforderungen gebaut, die der normale Dauerbetrieb an sie stellt, und ist durch gründliche Erforschung der verwendeten Materialien und der Betriebseigenschaften der Maschinen, Apparate und Leitungen zu bemerkenswerten Erfolgen hinsichtlich der Größe der Leistung, der Höhe der Spannung und der Entfernung für die Energieübertragung gelangt. Verhältnismäßig spät erst zeigte die Erfahrung, daß beim Ein- und Ausschalten der elektrischen Stromkreise und bei ähnlichen absichtlichen oder zufälligen Vorgängen so eigenartige Erscheinungen eintreten können, daß der ordentliche Betrieb der Anlage darunter leidet. Durch zahlreiche Arbeiten ist seitdem versucht worden, die bei Schaltvorgängen auftretenden Erscheinungen wissenschaftlich zu klären und Abhilfe gegen ihre Schädigungen zu schaffen.

Wir müssen demnach beim Betrieb jeder elektrischen Anlage unterscheiden zwischen den stationären Erscheinungen, die im Dauerzustand bestehen, und den vorübergehenden Ausgleicherscheinungen, die als Folge irgendwelcher Schaltprozesse oder ähnlicher Änderungen im Stromkreis auftreten. Die letzteren sind meist störende Begleiterscheinungen, die durch die Ladung und Entladung der zahlreichen Energien entstehen, mit denen jeder elektrische Stromkreis verknüpft ist. Von der immer weitergehenden Steigerung der Energiemenge und Energiedichte in allen Teilen der Anlagen rührt es her, daß die elektromagnetischen und elektromechanischen Ausgleichsvorgänge eine immer größere Rolle spielen, und daß ihre Beherrschung heute ebenso wichtig für die Technik geworden ist, wie die Beherrschung aller Erscheinungen des stationären Betriebes.

Neben den absichtlichen Schalthandlungen, die in der richtigen Betätigung der eigens hierfür vorgesehenen Schaltapparate und Regler bestehen, treten namentlich in größeren Anlagen häufig auch ungewollte Schaltprozesse auf, die aus Erdschlüssen, Kurzschlüssen, Leitungsbrüchen, Blitzschlägen oder auch Fehlschaltungen und ähnlichem bestehen können. Sie führen meist zu schweren Störungen im

ganzen elektrischen System, in dem sie große Stromstärken und Spannungen und häufig auch Ströme von falscher Frequenz oder gar gänzlich abweichender Wellenform erzeugen können. Verwandt mit diesen letzteren Erscheinungen sind Störungen, die durch Abweichung der stationären Spannungen und Ströme vom gewünschten Verlauf, also durch Oberschwingungen, entstehen, und auch solche, die auf Resonanz gewisser Teile der Stromkreise mit bestimmten Schwingungen im Netz beruhen.

Durch jeden Schaltvorgang wird die Spannung oder der Strom in den geschalteten Leitungen oder die Geschwindigkeit der geschalteten Maschine geändert. Damit ändert sich auch die am Stromkreise haftende Energie. Ist diese an bestimmten Stellen konzentriert, wie z. B. im Magnetfeld eines Generators oder im elektrischen Felde eines kurzen Kabels oder auch in der Massenträgheit eines Motorankers, so geht die Änderung oder der Ausgleich der Energiemengen nach dem Schalten im ganzen Stromkreise gleichzeitig vor sich. Diese Schaltvorgänge klingen im allgemeinen langsam ab, in Zeiten von der Größenordnung etwa einer Sekunde. Man spricht dann von langsamen oder von quasistationären Vorgängen, weil Spannung und Strom sich ähnlich wie bei stationären Zuständen über die Leitung verteilen.

Nun ist es aber bekannt, daß sich in Wirklichkeit alle elektromagnetischen Erscheinungen nur mit endlicher, wenn auch sehr großer Geschwindigkeit, nämlich mit der Lichtgeschwindigkeit von 300 000 km/sec ausbreiten. Auch beim Fließen des Stromes in Drahtleitungen kann diese Geschwindigkeit nicht überschritten werden. Eine streng gleichzeitige Änderung des Stromes und der Spannung nach einem Schaltvorgang in allen Teilen der Leitungsbahn ist deshalb in Wirklichkeit nicht möglich. Sie breiten sich vielmehr als wandernde Wellen mit ungeheurer Geschwindigkeit von der Schaltstelle her über die ganze Leitung aus. Hierbei geht die Änderung der Ladung des an jeder Stelle der Leitung vorhandenen elektrischen und magnetischen Feldes mit außerordentlicher Geschwindigkeit vor sich. Die ganze Erscheinung ist meistens schon abgeklungen, wenn der eben besprochene langsame Schaltvorgang richtig in Fluß kommt. Dennoch können gerade durch die wellenförmige Art der Ausbreitung von Spannung und Strom schwere Störungen entstehen. Man spricht hierbei von schnellen Schaltvorgängen mit Wanderwellen auf den Leitungen.

In vielen Teilen des Stromkreises herrscht Proportionalität zwischen Spannung und Strom oder ihren zeitlichen Änderungen, beispielsweise in Leitungswiderständen, Kapazitäten oder guten Selbstinduktionen. Die Technik muß aber auch mit Stromkreisen arbeiten, die eine solche einfache Proportionalität vermissen lassen, beispielsweise mit Licht-

bögen und Funken, deren Widerstand keineswegs konstant ist, die also dem Ohmschen Gesetz nicht gehorchen, oder mit magnetisch gesättigten Eisenteilen, deren Feld dem erregenden Strom nicht proportional ist. In solchen Stromkreisen, bei denen der Zusammenhang zwischen Strom und Spannung und ihren zeitlichen Änderungen nicht linear ist, die also eine gekrümmte Charakteristik besitzen, können Störungserscheinungen von ganz besonderer Art auftreten, die sich vor allem als Folge von Schaltvorgängen bemerkbar machen, die aber auch manchmal den Dauerbetrieb gefährden können.

Dieses Buch soll eine Übersicht über die typischen Arten von Schaltvorgängen geben, die in elektrischen Starkstromanlagen aufzutreten pflegen. Wir wollen dabei nach Möglichkeit die wesentlichen Erscheinungen herausgreifen und die Vorgänge an möglichst einfach und übersichtlich gewählten Verhältnissen physikalisch zu erfassen suchen. Es soll dagegen nicht eine vollständige Sammlung aller vorkommenden Fälle, deren Erklärung bekannt ist, gegeben werden, und es können auch nicht alle letzten Feinheiten der in der Praxis auftretenden, häufig sehr komplizierten Erscheinungen behandelt werden. Durch angemessen gewählte Vernachlässigungen wird es gelingen, aus der rechnerischen Behandlung ziemlich einfache Schlußfolgerungen zu entwickeln. Die eingestreuten Oszillogramme und die praktischen Beispiele sollen die Bedeutung dieser Schlußformeln der Anschauung möglichst nahebringen und ihre zahlenmäßige Wertung ermöglichen. Zur Erleichterung der Zahlenrechnungen befinden sich am Schluß des Buches Kurventafeln für die am häufigsten vorkommenden Funktionen.

Aus den entwickelten prinzipiellen Gesetzmäßigkeiten werden sich zahlreiche Regeln für die zweckmäßige Ausführung von Starkstrom- oder Hochspannungsanlagen und ihrer einzelnen Teile ergeben. Für die rein baulichen Gesichtspunkte bei der Herstellung der Maschinen, Apparate und Leitungen ist hier jedoch kein Platz.

Bei der sachlichen Behandlung der einzelnen Schaltvorgänge müssen wir uns der mathematischen Methode bedienen, ohne die man verwickelte Zusammenhänge zwischen zahlreichen Größen nicht einfach und klar beschreiben kann. Es ist versucht, mit möglichst einfachem Rüstzeug auszukommen, jedoch läßt sich die Verwendung der Elemente der Differential- und Integralrechnung nicht vermeiden, da es sich bei allen Schaltvorgängen um den zeitlichen Verlauf von Erscheinungen, also um Veränderungen handelt, die nur durch Differentialrechnung exakt zu erfassen sind. Nur in zwei Kapiteln, die zu den schwierigeren Gebieten der Schaltprobleme gehören, mußten partielle Differentialgleichungen verwandt werden. Dagegen werden die Erscheinungen der Wanderwellen im wesentlichen ohne diese Disziplin mit einfacheren mathematischen Hilfsmitteln verfolgt, als es sonst üblich ist.

Bei der Behandlung der Schwingungserscheinungen, die auf Sinus- und Cosinusfunktionen führt, läßt sich die formale Berechnungsarbeit außerordentlich vereinfachen, wenn man von der Rechnung mit komplexen Größen Gebrauch macht. Setzt man

$$j = \sqrt{-1} \quad (1)$$

und bezeichnet mit

$$\varepsilon = 2,718 \quad (2)$$

die Basis der natürlichen Logarithmen, so gilt die mathematische Beziehung

$$\varepsilon^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t. \quad (3)$$

Das Differenzieren und Integrieren der linken Seite der Gleichung (3) mit ihrer Exponentialfunktion ist nun sehr viel einfacher als das der rechten Seite, denn die Exponentialfunktion bleibt bei diesen Operationen ungeändert. Es ist deshalb zweckmäßig, für einen Wechselstrom der Frequenz ω , der nach einer Cosinus- oder Sinusfunktion der Zeit t veränderlich ist, für die Durchrechnung nicht zu schreiben

$$\left. \begin{aligned} i &= J \cos \omega t \\ \text{oder } i &= J \sin \omega t, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

sondern statt dessen

$$i = J \varepsilon^{j\omega t}. \quad (5)$$

Denn dieser Ausdruck enthält nach Gleichung (3) die beiden vorhergehenden summarisch, erleichtert aber außerdem die formale Durchrechnung so sehr, daß sie meist auf wenige Zeilen zusammenschrumpft. Zum Schluß kann man die Exponentialgrößen, die wir ebenso wie die Cosinus- und Sinusfunktionen als harmonische Funktionen bezeichnen wollen, wieder in ihre reellen und imaginären Anteile entsprechend Gleichung (3) zerlegen. Der reelle Teil der Schlußformel gibt dann den cosinusförmigen Anteil, der imaginäre Teil den sinusförmigen Anteil der gesuchten Lösung an.

Die stationären Erscheinungen in Gleich- und Wechselstromkreisen müssen wir natürlich bei der Behandlung der Schaltvorgänge im allgemeinen als bekannt voraussetzen. Nur einige in enger Berührung mit unserem Gebiet stehende Erscheinungen werden eingehender behandelt. Führt schon hierbei die komplexe Rechnung zu einer sehr einfachen Darstellung, beispielsweise der Resonanzvorgänge, so zeigt sich ihr größter Nutzen erst bei der Behandlung von abklingenden Schwingungen, vor allem bei schwierigen Problemen, etwa bei der Verfolgung der freien Drehfelder in Mehrphasenmaschinen.

A. Langsame Ausgleichsvorgänge in geschlossenen Stromkreisen.

I. Einfache Stromkreise.

2. Einschalten und Abschalten von Stromkreisen mit Selbstinduktion.

Wir wollen zuerst den Verlauf der Ströme betrachten, die beim Schalten von einfachsten elektrischen Stromkreisen auftreten, in denen nur unveränderliche Widerstände R und Selbstinduktionen L enthalten sind. Ein solcher Stromkreis ist in Fig. 1 dargestellt. Um den zeitlichen Verlauf der Ströme zu ermitteln, nehmen wir an, daß die von außen eingeprägte Spannung e im Stromkreise, also die elektromotorische Kraft, für alle Zeiten t gegeben ist. Ferner ist bis zum Eintritt des Schaltvorganges, und daher auch für dessen Beginn zur Zeit $t = 0$, die Stromstärke i im Kreise als bekannt anzusehen. Schließlich ist

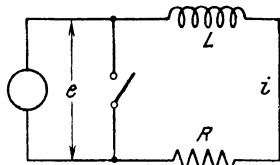


Fig. 1.

der stationäre Strom, der sich längere Zeit nach dem Schalten einstellt, also der Strom i für $t = \infty$, bekannt. Beide Ströme, vor und lange nach dem Schaltvorgang, berechnen sich nach den bekannten Gesetzen für stationäre Ströme.

Während der Übergangszeit beider Zustände muß die eingeprägte Spannung e den inneren Spannungen im Stromkreise das Gleichgewicht halten, nämlich der Ohmschen Widerstandsspannung Ri und der Selbstinduktionsspannung $L \frac{di}{dt}$. Für den zeitlichen Verlauf der Ströme, die sich bei einem beliebigen Schaltvorgang in dem einfachsten Stromkreis der Fig. 1 mit R und L einstellen, gilt daher die Differentialgleichung

$$L \frac{di}{dt} + Ri = e. \quad (1)$$

Dies ist eine lineare Differentialgleichung erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten, deren Lösung bekannt ist und die eine Integrationskonstante besitzt, die sich durch Betrachtung der Grenzbedingungen stets bestimmen läßt.

a) Abschalten durch Kurzschließen.

Den einfachsten Verlauf von Ausgleichsströmen erhalten wir, wenn wir den Stromkreis $R \cdot L$ der Fig. 1 durch Schließen des Schalters auf sich selbst kurzschließen und dadurch von der äußeren Spannungsquelle unabhängig machen und abschalten. Diese kann alsdann natürlich selbst geöffnet werden. Im Augenblick des Kurzschließens fließt noch der ursprüngliche Strom J im Kreise. Wir haben also zur Zeit $t = 0$

$$i_0 = J. \quad (2)$$

Durch den Kurzschluß wird ferner $e = 0$ gemacht, so daß die Differentialgleichung (1) übergeht in

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0 \quad (3)$$

oder

$$\frac{di}{i} + \frac{R}{L} i = 0. \quad (4)$$

Um sie zu integrieren, schreibt man besser unter Trennung der Variablen i und t

$$\int \frac{di}{i} + \frac{R}{L} \int dt = 0 \quad (5)$$

und erhält durch Ausführen der Integration

$$\ln i + \frac{R}{L} t = K = \ln J. \quad (6)$$

Darin ist als Integrationskonstante K auf der rechten Seite sofort $\ln J$ angeschrieben, denn sonst würde für $t = 0$ die Grenzbedingung der Gleichung (2) nicht erfüllt sein. Gleichung (6) läßt sich auch schreiben

$$\ln \frac{i}{J} = - \frac{R}{L} t, \quad (7)$$

so daß man durch Delogarithmieren für den Verlauf des Stromes i in Abhängigkeit von der Zeit t erhält:

$$i = J \varepsilon^{-\frac{R}{L} t} = J \varepsilon^{-\frac{t}{T}}. \quad (8)$$

Darin ist mit ε die Basis der natürlichen Logarithmen bezeichnet und es ist zur Abkürzung der Quotient

$$\frac{L}{R} = T \quad (9)$$

gesetzt. Wir wollen ihn die Zeitkonstante des Stromkreises nennen, weil er die Dimension einer Zeit besitzt. In Fig. 2 ist der Stromverlauf bildlich dargestellt.

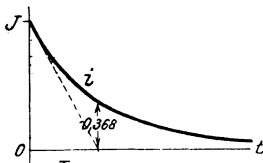


Fig. 2.

Wir erkennen aus Gleichung (8), daß in jedem kurzgeschlossenen einfachen Stromkreise die Stromstärke nach einem Exponentialgesetz verlöscht. Die Geschwindigkeit des Abklingens wird allein durch die Größe der Zeitkonstante T

bestimmt. Der Anfangswert, von dem aus der Strom verlöscht, ist gegeben durch den Strom J im Kreise vor der Vornahme des Kurzschließens. Ob vorher Gleichstrom oder Wechselstrom im Kreise floß, ist für den Abklingvorgang gleichgültig. J ist stets derjenige Momentanwert des Stromes, der im Augenblick des Schaltens im Stromkreise vorhanden ist.

Der Endwert des Stromes nach Ablauf unendlicher Zeit t ist nach Gleichung (8)

$$i_{\infty} = 0. \quad (10)$$

Nach Ablauf einer Zeit, die gleich der Zeitkonstante ist, also für $t = T$, ist der Strom auf den Betrag gesunken

$$\frac{i}{J} = \varepsilon^{-1} = \frac{1}{2,718} = 0,368,$$

das ist 36,8 % seines Anfangswertes. Nach der doppelten Zeitkonstante ist der Strom auf $\varepsilon^{-2} = 13,5$ %, nach der dreifachen Zeitkonstante auf $\varepsilon^{-3} = 5$ % abgeklungen. Die Kenntnis dieser Zahlen ist wertvoll, wenn man aus dem experimentell aufgenommenen Verlauf eines abklingenden Stromes die Zeitkonstante des Stromkreises bestimmen will.

Die Subtangente jeder Exponentialkurve ist konstant. In unserem Falle ist dieselbe nach Fig. 2

$$-\frac{i}{\frac{di}{dt}} = \frac{J \varepsilon^{-\frac{t}{T}}}{\frac{J}{T} \varepsilon^{-\frac{t}{T}}} = T. \quad (11)$$

Sie ist dort für den Nullpunkt der Zeit eingetragen. Auch diese Subtangentenkonstruktion kann zur experimentellen Bestimmung der Zeitkonstante aus dem Strombild verwendet werden.

Aus Gleichung (8) erkennt man, daß das Abklingen des Stromes um so schneller erfolgt, je größer der Widerstand und um so langsamer, je größer die Selbstinduktion im Stromkreise ist. Technische Gleichstromkreise, z. B. die Feldmagnete von Dynamomaschinen, besitzen häufig so große Selbstinduktion, daß das Abklingen viele Sekunden dauern kann.

Eine Magnetspule mit $w = 2000$ Windungen, in denen ein Strom von 10 Amp einen proportionalen Fluß von $\Phi = 6 \cdot 10^6$ Kraftlinien erzeugt, hat nach einer bekannten Formel eine Selbstinduktion

$$L = \frac{w \Phi}{J} = \frac{2000 \cdot 6 \cdot 10^6}{10} \cdot 10^{-8} = 12 \text{ Henry}.$$

Bei einem Widerstand von 11 Ω besitzt sie eine Zeitkonstante

$$T = \frac{12}{11} = 1,09 \text{ sec.}$$

Ihr Strom erlischt also erst nach mehr als 3 sec.

b) Einschalten von Gleichstrom.

Etwas verwickelter ist der Verlauf der Ströme, wenn ein stromloser Kreis aus R und L nach Fig. 3 durch plötzliches Einschalten auf die konstante Gleichspannung

$$e = E, \quad (12)$$

z. B. einer Sammlerbatterie, gebracht wird. Zur Zeit $t = 0$ ist dann der Anfangsstrom

$$i_0 = 0. \quad (13)$$

Die Differentialgleichung (1) des Stromkreises ist jetzt unter Beachtung von Gleichung (12)

$$L \frac{di}{dt} + Ri = E, \quad (14)$$

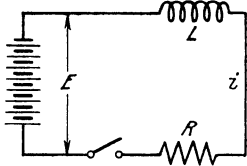


Fig. 3.

sie besitzt auf der rechten Seite die konstante Spannung E als Störungsfunktion.

Wir lösen die Gleichung durch einen Kunstgriff, indem wir den Strom i in zwei Teilströme zerspalten

$$i = i' + i'', \quad (15)$$

von denen der erste bereits eine partikuläre Lösung der Differentialgleichung ergeben soll. Gleichung (14) zerfällt dann in zwei unabhängige Differentialgleichungen und zwar

$$\left. \begin{aligned} L \frac{di'}{dt} + Ri' &= E, \\ L \frac{di''}{dt} + Ri'' &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

deren Summe wieder die ursprüngliche Gleichung (14) ergibt. Die erste dieser Gleichungen läßt sich leicht lösen, wenn wir so große Zeiten betrachten, daß der unter der Einwirkung der konstanten Spannung E stehende Strom stationär und konstant geworden ist. Dann ist

$$\frac{di'}{dt} = 0 \quad (17)$$

und es wird nach der ersten Gleichung (16)

$$i' = \frac{E}{R} = J. \quad (18)$$

Dieser Teilstrom i' stellt also den stationären Endwert J des Stromes dar, den man nach den üblichen Gleichstromregeln berechnen kann.

Außerdem tritt aber noch ein zweiter Teilstrom i'' auf, dessen Verlauf sich nach der zweiten Gleichung (16) richtet. Diese ist nun genau so aufgebaut wie die Gleichung (3) für den Verlauf des Ausgleichstromes im kurzgeschlossenen Kreise ohne äußere Spannung. Entsprechend Gleichung (8) können wir daher als Lösung der zweiten Differentialgleichung (16) anschreiben

$$i'' = K e^{-\frac{R}{L}t}, \quad (19)$$